http://matwo.fr/ensam

Ingénieur Arts et Métiers

Énergétique DUT

Thermodynamique

version du 30 août 2019

Thibaud MARCEL
thibaud.marcel@ensam.eu

Campus Arts et Métiers de Cluny

Sommaire

http://matwo.fr/ensam

1 Notions fondamentales

Sommaire

1.1 Notion d'énergie

Dans toutes les transformations, il existe une grandeur qui ne varie pas : l'énergie. Elle quantifie une propriété abstraite qui peut prendre de multiples formes.

Nous mesurons l'énergie en joules [J]. Le joule est défini comme le travail d'une force motrice d'un Newton avec un bras de levier d'un mètre.

$$1\ \text{J} = 1\ \text{N.m} = 1\ \text{kg.m}^2.\text{s}^{-2}$$

1.1.1 Premier principe de la thermodynamique

> L'énergie est indestructible

Il n'existe pas de preuve ou de démonstration de la véracité du premier (et du second) principe de la thermodynamique mais toutes les observations et les expériences les corroborent.

Dans la suite, le premier principe sera formulé de deux façons différentes ; pour un système fermé (cf. § 2, p. 15) et pour un système ouvert (cf. § 3, p. 23).

1.1.2 Formes d'énergie

Différentes formes mises à jour au cours de l'histoire de la physique :

— l'énergie **cinétique** est possédée par un corps du fait de sa vitesse
— l'énergie **potentielle** est stockée avec l'interaction entre deux objets liés par une force conservative [1]. La plus palpable est l'énergie potentielle d'altitude.
— l'énergie **chimique** est une combinaison d'énergie potentielle et d'énergie cinétique entre atomes.

Au niveau sub-atomique, la **masse** est aussi une forme d'énergie, tout comme l'énergie **rayonnante** (électromagnétique).

En thermodynamique seront retenues trois formes d'énergies :

U **l'énergie interne**, regroupe l'énergie cinétique et potentielle des molécules d'un corps (quantité totale d'énergie mécanique stockée à l'intérieur d'un objet)

Q **la chaleur**, représente la transmission d'énergie cinétique de manière chaotique d'un corps vers un autre

W **le travail**, représente la transmission d'énergie de manière cohérente d'un corps vers un autre

1.1.3 Puissance

La puissance est un débit d'énergie dans le temps. Son unité est le Watt [W].

$$1\ \text{W} = 1\ \text{J.s}^{-1}$$

Les puissances sont sont notées avec un $\dot{}$ au dessus du symbole de l'énergie. Ainsi $\dot{E}$ représente une puissance apportant une quantité d'énergie E chaque seconde.

1.1.4 Énergie spécifique

Il peut être intéressant de quantifier les transferts énergétiques indépendamment de la quantité de masse à l'intérieur de la machine. Par exemple, pour comparer le fonctionnement d'un moteur de moto et de celui d'un camion, il sera judicieux de diviser chacun des transferts énergétiques par la quantité d'air dans les cylindres pour s'affranchir des effets d'échelle.

À cet effet sont utilisées les grandeurs dites **spécifiques** ou **massiques** notées en minuscule.

Soit e l'énergie spécifique (ou énergie massique) en [J.kg^{-1}]

$$e = \frac{E}{m}$$

avec E l'énergie en [J] et m la masse en [kg].

1. Une force est dite conservative lorsqu'elle reste la même dans un sens comme dans l'autre. Le poids est conservatif alors que le frottement non.

♣

Un injecteur d'essence dans un moteur de voiture doit fournir une quantité de chaleur de 300 kJ.kg^{-1} quelle que soit la quantité d'air dans le cylindre. Quelle sera l'énergie fournie pour $m_{\text{air}} = 0{,}5$ kg et pour $m_{\text{air}} = 1$ kg ?

1.2 Énergie mécanique

Soient E_c l'énergie cinétique en [J] :

$$E_c = \frac{1}{2}\ m\ C^2$$

avec m la masse en [kg] et C la vitesse en [m.s^{-1}],

et e_c l'énergie cinétique spécifique en [J.kg^{-1}] :

$$e_c = \frac{E_c}{m} = \frac{1}{2}\ C^2$$

De même, soient E_p l'énergie potentielle en [J] :

$$E_p = m\ g\ z$$

avec g l'accélération de la pesanteur en [m.s^{-2}] et z l'altitude par rapport au point de référence en [m],

et e_p l'énergie potentielle spécifique en [J.kg^{-1}] :

$$e_p = \frac{E_p}{m} = g\ z$$

L'énergie mécanique E_m se défini par :

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}\ m\ C^2 + m\ g\ z$$

♣

Un cycliste descend une route de montage en roue libre. À une altitude de 540 m, sa vitesse est de 10 km.h^{-1}. Plus tard, à 490 m, sa vitesse est de 45 km.h^{-1}. La masse du cycliste et de son équipement est de 70 kg. Quelle quantité d'énergie a été dissipée sous forme de frottement ?

1.3 Travail

Le travail W est un transfert d'énergie. Un objet fournit un travail (et perd de l'énergie) lorsqu'il exerce une force le long d'un déplacement :

$$W = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{l}$$

avec $\overrightarrow{F}$ la force en [N] et $\overrightarrow{l}$ le déplacement en [m].

En thermodynamique :

- le déplacement est la longueur de l'objet qui fournit le travail,
- seuls les cas où $\overrightarrow{F}$ et $\overrightarrow{l}$ sont colinéaires seront retenus,
- $\overrightarrow{F}$ peut varier en fonction $\overrightarrow{l}$.

Par conséquent :

$$W_{A\rightarrow B} = \int_A^B \mathrm{d}W = \int_A^B \overrightarrow{F} \cdot \mathrm{d}\,\overrightarrow{l}$$

$\mathrm{d}\,\overrightarrow{l}$ étant mesuré à partir de la longueur de l'objet qui travaille, $\mathrm{d}l$ sera négatif lorsque W sera positif [2]. $\overrightarrow{F}$ étant toujours colinéaire à $\mathrm{d}\,\overrightarrow{l}$, finalement :

$$W_{A\rightarrow B} = -\int_A^B F \; \mathrm{d}l$$

avec $W_{A\rightarrow B}$ le travail effectué entre A et B en [J], F la force en [N] et $\mathrm{d}l$ la variation infinitésimale de la longueur de l'objet en [m].

♣

Un ressort est comprimé depuis une longueur de 30 cm jusqu'à une longueur de 5 cm. Le ressort est tel qu'il exerce une force indépendante de sa longueur égale à 6 kN. Quelle est l'énergie fournie au ressort sous forme de travail pendant la compression ?

♣

De même avec un ressort qui exerce une force F en [N] liée à sa longueur l en [m] par :

$$F = 9.10^3 - 14.10^3 \; l$$

2. L'objet reçoit du travail en voyant sa longueur diminuer

1.4 Chaleur

Lorsque deux corps de températures différentes sont en contact, leurs températures ont tendance à s'égaliser au cours d'un transfert spontané d'énergie. Cette forme d'énergie appelée chaleur se note Q et s'exprime en Joule [J].

Ce transfert d'énergie peut se provoquer de différentes façons :

- perte d'énergie interne d'un corps lors du contact avec un corps de température plus faible
- frottement
- disparition de masse (réaction nucléaire)
- transformation d'énergie potentielle entre atomes (combustion par exemple)

1.4.1 Température

La température d'un corps est une grandeur qui indique son niveau d'excitation interne. Plus ses molécules possèdent d'énergie cinétique, avec des vitesses de direction différentes, et plus sa température sera élevée.

Elle se mesure en Kelvins [K] ou en degrés Celsius [°C] :

$$0°\text{C} = 273{,}15 \text{ K}$$

Kelvins	Degrés Celsius	
0	$-273{,}15$	zéro absolu
10^{-10}	$-273{,}1499999999$	température la plus basse jamais atteinte
184	$-89{,}4$	température atmosphérique minimale enregistrée sur Terre
273,15	0	changement d'état solide/liquide de l'eau à la pression atmosphérique
327	54	température atmosphérique maximale enregistrée sur Terre
373,15	100	changement d'état gaz/liquide de l'eau à la pression atmosphérique
1 100	830	feu de bois

1.4.2 Capacité thermique

En fournissant la même quantité de chaleur à deux corps différents, leur température peut augmenter de façon différente. Cette propension de la température à augmenter est nommée capacité thermique (ou capacité calorifique).

La valeur de la capacité thermique d'un corps est la quantité de chaleur nécessaire pour augmenter d'un Kelvin la température d'un kilogramme de ce corps. Soit c la capacité thermique massique du corps considéré en [J.kg^{-1}.K^{-1}] :

$$c = \frac{\delta q}{\mathrm{d}T} = \frac{1}{m}\,\frac{\delta Q}{\mathrm{d}T}$$

avec δq une quantité spécifique infinitésimale de chaleur en [J.kg^{-1}] et $\mathrm{d}T$ une variation infinitésimale de température en [K].

♠

Les variations des grandeurs d'état sont notée avec dd : ce sont des **différentielles exactes** et peuvent s'intégrer en connaissant seulement leurs valeurs initiales et finales. Par exemple pour la température T :

$$\int_A^B \mathrm{d}T = \Delta T = T_B - T_A$$

Les variations des grandeurs de transfert sont notée avec δ : ce sont des **différentielles inexactes** et leur intégrale ne peut se quantifier qu'en connaissant tous les états rencontrés pendant le parcours. Par exemple pour le travail W :

$$\int_A^B \delta W = W_{A\rightarrow B}$$

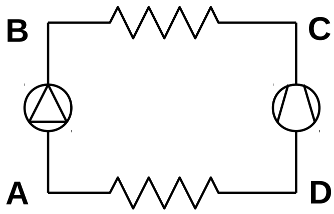
♣

La capacité calorifique massique de l'acier solide c_{acier} est constante (indépendante de la température).

$$c_{\text{acier}} = 475 \text{ J.kg}^{-1}\text{.K}^{-1}$$

Combien faut-il de chaleur pour faire passer un bloc de 50 kg d'acier de $T_A = 5^{\text{o}}\text{C}$ à $T_B = 18^{\text{o}}\text{C}$?

1.5 Exercice : Refroidissement et puissance de centrale à vapeur



Le circuit suivi par l'eau dans les centrales à vapeur peut être représenté schématiquement ci-contre. Le débit d'eau est de 15 kg.s^{-1}.

De A à B, l'eau liquide est mise en circulation par la pompe (sa pression augmente). Elle y reçoit un travail spécifique $w_{A \to B} = +50$ kJ.kg^{-1} sans transfert de chaleur.

De B à C, l'eau est chauffée dans la chaudière où elle ressort sous forme de vapeur. Elle y reçoit une chaleur $q_{B \to C} = +450$ kJ.kg^{-1} sans recevoir de travail.

De C à D, l'eau se détend dans la turbine où elle dégage un travail $w_{C \to D} = -194$ kJ.kg^{-1} sans recevoir ni perdre de chaleur.

De D à A, enfin, l'eau est refroidie dans un condenseur sans transfert de travail. Elle retrouve alors son état de départ avant de retourner à la pompe pour effectuer un nouveau cycle.

1. Calculer la chaleur spécifique rejetée dans le condenseur.
2. Déterminer la puissance rejetée par le condenseur.
3. Calculer la puissance dégagée par la turbine sous forme de travail.

1.6 Exercice : Chaudière de chauffage central

La chaudière du système de chauffage central d'un bâtiment est équipée d'un brûleur gaz.

La chambre de combustion de la chaudière admet de l'air à $T_A = 8$°C et il ressort par la cheminée à $T_B = 120$°C. Le débit d'air est de $\dot{m}_{\text{air}} = 0{,}5$ kg.s^{-1}.

L'eau du circuit de chauffage pénètre dans la chaudière à $T_C = 20$°C pour ressortir à $T_D = 70$°C avec un débit $\dot{V}_{\text{eau}} = 0{,}25$ L.s^{-1}.

Données :
- chaleur spécifique de combustion du gaz : 46,4 MJ.kg^{-1}
- capacité calorifique de l'eau liquide : 4,18 kJ.kg^{-1}.K^{-1}
- capacité calorifique de l'air à pression constante : 1,15 kJ.kg^{-1}.K^{-1}

1. Quelle est la consommation massique horaire de gaz par la chaudière ?
2. Quelle est l'efficacité de la chaudière ?

1.7 Exercice : Production d'Eau Chaude Sanitaire (ECS)

Un ballon électrique assure la production d'ECS. L'eau arrive dans le ballon à 10°C. Sa capacité calorifique est de 4,18 $kJ.kg^{-1}.K^{-1}$ et une masse volumique de 1000 $kg.m^{-3}$.

1. Combien faut-il d'énergie pour chauffer l'eau à 40°C afin de remplir une baignoire de 270 L ?
2. Combien de temps le faudra-t-il pour chauffer cette eau si la puissance de chauffe est $\dot{Q} = +2$ kW ?

2 Systèmes fermés

http://matwo.fr/ensam

Sommaire

Un système fermé est un système qui se constitue d'une masse fixe.

— Comment quantifier le travail que peut recevoir et fournir un corps de masse fixe ?

— Qu'est-ce que la réversibilité, pourquoi et comment l'atteindre ?

Pour quantifier les transfert d'énergie dans un fluide, il existe deux méthodes possibles :

— Découper un petit morceau de masse et suivre son évolution énergétique : il s'agit de l'étude d'un système fermé.

— Définir un volume fixe qui est traversé en permanence et suivre les échanges d'énergie vers le volume ; il s'agit alors de l'étude d'un système ouvert.

Se placer dans un système fermé est judicieux pour analyser les machines à mouvement alternatif ou machines volumétriques (machine à piston, à palette, à engrenage, etc.), alors qu'il sera préférable de se placer dans un système ouvert pour l'étude des turbomachines (machine centrifuge, turboréacteur, etc.).

♠

Un système fermé est un sujet d'étude arbitraire dont les frontières sont imperméables à la masse. Les transferts Q et W seront notés **positifs** lorsqu'ils sont **reçus** par le système.

2.1 Premier principe

Dans un système fermé :

$$Q_{A \to B} + W_{A \to B} = \Delta U$$

avec $\Delta U = U_B - U_A$ la variation d'énergie interne, $Q_{A \to B}$ la chaleur reçue par le système et $W_{A \to B}$ le travail reçu par le système en [J].

Avec des grandeurs spécifiques :

$$q_{A\to B} + w_{A\to B} = \Delta u$$

pour un système fermé immobile, avec Δu, $q_{A\to B}$ et $w_{A\to B}$ [J.kg^{-1}].

Ce qui donne sous forme différentielle :

$$\delta q + \delta w = \mathrm{d}u \tag{2.1}$$

pour un système fermé immobile, avec δq le transfert infinitésimal de chaleur spécifique, δw le transfert infinitésimal de travail spécifique et du, la variation infinitésimale d'énergie interne spécifique en [J.kg^{-1}].

♠

Pour rappel, dans l'équation (2.1), les opérateurs d et δ ont le même sens mathématique (quantités infinitésimales) mais des significations physiques différentes.
En effet, δw représente un **transfert** infinitésimal qui s'intégrera en $w_{A\to B}$, alors que du représente une **variation** infinitésimale qui s'intégrera en $\Delta u = u_B - u_A$.
Attention, le δ ne s'intègre donc pas en Δ !

Lorsqu'un fluide est ramené à son état initial, alors il contient exactement la même quantité d'énergie interne qu'auparavant. Ainsi, pour un **cycle thermodynamique** :

$$Q_{\text{cycle}} + W_{\text{cycle}} = 0$$

avec Q_{cycle} la chaleur et W_{cycle} le travail reçus par le système tout au long du cycle en [J].

Le premier principe de la thermodynamique peut donc également se formuler ainsi :

Lorsqu'un système a parcouru un cycle thermodynamique complet, la somme algébrique de la chaleur fournie et du travail effectué est nulle.

2.2 Travail d'un système fermé

Comme vu précédemment pour un ressort, le travail reçu entre un état A et un état B s'exprime de la façon suivante :

$$W_{A\to B} = -\int_A^B F \ \mathrm{d}l$$

La **pression** p se définit comme une force divisée par une surface :

$$p = \frac{F}{S}$$

avec F la force en [N] et S la surface en [m^2].

L'unité du système international de la pression est le Pascal [Pa].

En remarquant que $S \ \mathrm{d}l = \mathrm{d}V$, le travail peut s'écrire :

$$W_{A\to B} = -\int_A^B p \ \mathrm{d}V$$

avec dV la variation infinitésimale du volume en [m^3].

2.2.1 En évolution lente

Expérimentalement, lorsque le mouvement est infiniment lent, un fluide se comporte exactement comme un ressort.

Pour un système fermé, lorsque les variations sont infiniment lentes, le travail reçu par un fluide peut s'écrire :

$$W_{A\to B} = -\int_A^B p \; \mathrm{d}V$$

$$w_{A\to B} = -\int_A^B p \; \mathrm{d}v$$

avec dv la variation de volume spécifique en [$\mathrm{m^3.kg^{-1}}$].

Lorsqu'un fluide est comprimé, sa pression et son volume sont liés par une relation du type :

$$p \; v^x = \mathrm{cte}$$

avec x une constante.

♣

Un gaz dans un cylindre est comprimé lentement par un piston. On observe que sa pression est liée à son volume par la relation $p \; v^{1,2} = k$, avec k une constante. Au début de la compression, ses propriétés sont $p_A = 1$ bar et $v_A = 1$ $\mathrm{m^3.kg^{-1}}$. On le comprime jusqu'à ce que son volume ait atteint $v_B = 0{,}167$ $\mathrm{m^3.kg^{-1}}$.
Quelle quantité de travail spécifique le gaz a-t-il reçu ?

♣

Une masse de 0,3 g de gaz pressurisé dans un cylindre est détendue lentement en laissant un piston se déplacer. On sait que la pression et que le volume du gaz sont liés par une relation du type $p\ v^{k_1} = k_2$ avec k_1 et k_2 des constantes.
Au début de la détente, la pression est de 12 bar et le volume de 0,25 L. Une fois détendu, le gaz arrive à la pression atmosphérique avec un volume de 1,76 L.
Quel travail le gaz a-t-il échangé pendant la détente ?

2.2.2 En évolution rapide

Lorsque les évolutions sont rapides, la pression sur la paroi est différente de la pression moyenne qui règne dans le fluide. Dans ce cas, la quantité de travail consommé à la compression est plus grande, et la quantité de travail fourni à la détente plus petite : une évolution rapide est dite **irréversible**.

Le travail reçu n'est plus égal au travail restitué. Ce surcroît d'énergie est transformé en chaleur à l'intérieur du fluide.

Dans le cas d'évolutions irréversibles, aucune relation mathématique simple ne permet de modéliser la relation pression volume au sein d'un gaz (des mesures expérimentales sont nécessaires).

2.2.3 Réversibilité

Le travail qu'il faut fournir pour comprimer un gaz est minimal lorsque la compression est réversible ce qui peut permet de diminuer la consommation énergétique de la compression.

Au contraire, de grandes irréversibilité dans les amortisseurs des véhicules automobiles permettent d'avoir un travail en chemin retour beaucoup plus faible qu'à l'aller.

Pour qu'une évolution soit réversible :
- l'évolution doit se faire sans friction (pas de frottement mécanique par exemple),
- la pression dans le fluide doit être homogène,
- la différence de température entre le fluide et son environnement doit être très faible (pour les transferts de chaleurs puissent s'effectuer infiniment lentement).

2.3 Exercice : Compresseur à air

Dans un compresseur à piston, un piston comprimer lentement et sans frottement une masse fixe d'air. Le cylindre est muni d'ailettes qui permettent de dissiper la chaleur. La compression s'effectue ainsi à énergie interne constante.

On dépense, pour la compression de l'air, un travail de 150 $kJ.kg^{-1}$.

1. Calculer le transfert de chaleur pendant la compression.

Avant de commencer la compression, l'air est à pression et masse volumique atmosphérique (1 bar ; 1,2 $kg.m^{-3}$). Le diamètre du cylindre est de 5 cm et sa profondeur de 15 cm.

2. Déterminer la masse d'air contenue dans le cylindre.

Pendant la compression, on observe que la pression et le volume spécifiques sont liés par la relation $p\,v = k$ avec k une constante.

3. À quelle pression va-t-on pouvoir emmener l'air à la fin de la compression ?

2.4 Exercice : Cycle d'un moteur à essence

On souhaite étudier le fonctionnement d'un moteur à essence à quatre cylindres. Comme tous les moteurs thermiques alternatifs, il dégage du travail en faisant varier la pression et le volume de petites quantités d'air emprisonnées dans ses cylindres. Nous simplifions ici son fonctionnement en considérant un cas idéal où toutes les évolutions sont réversibles.

Le moteur a pour cylindrée 1,1 L ; il est muni de quatre cylindres de diamètre 7 cm et a un taux de compression (rapport entre volume maximum et minimum au sein du cycle) de 7,9. L'air pénètre dans le moteur aux conditions atmosphériques (1 bar ; 0,84 m^3kg^{-1}).

Le cycle se compose de quatre étapes :

- de A à B, l'air est comprimé de façon adiabatique réversible depuis le point mort bas jusqu'au point mort haut. Pendant cette évolution, nous savons que ses propriétés sont liées par la relation $p\ v^{k_1} = k_2$. En B la pression atteint 16,97 bar.
- de B à C, l'air est chauffé à volume constant jusqu'à atteindre 75 bar. En mesurant la température, on constante que son énergie interne spécifique a augmenté de 1543,3 $kJ.kg^{-1}$.
- de C à D, l'air est détendu de façon adiabatique réversible depuis le point mort haut, jusqu'au point mort bas. Ses propriétés sont liées par la relation $p\ v^{k_1} = k_3$.
- de D à A, l'air est refroidi à volume constant jusqu'à retrouver ses propriétés initiales.

Questions :

1. Quelle est la masse d'air présente dans un cylindre ?
2. Calculer le travail spécifique reçu par l'air pendant la compression de (A à B).
3. Calculer la chaleur spécifique reçue par l'air pendant la combustions (de B à C).
4. Calculer le travail spécifique dégagé par l'air pendant la détente (de C à D).
5. Quelle est la chaleur spécifique rejetées par l'air pendant la phase de refroidissement ?
6. Quelle est l'efficacité du moteur, c'est-à-dire le rapport entre le travail net dégagé pendant le cycle et la chaleur fournie pendant la combustion ?
7. Combien faut-il effectuer de cycles par seconde pour que le moteur dégage une puissance de 80 ch (58,84 kW) ?

http://matwo.fr/ensam

3 Systèmes ouverts

Sommaire

Dans de nombreux cas, le fluide utilisé circule de façon continue. L'emploi d'un système ouvert nous est très utile pour comptabiliser l'énergie dans les flux.

Un système ouvert est un sujet d'étude arbitraire dont les frontières sont perméables à la masse. Son volume peut changer, et il peut posséder plusieurs entrées et sorties, chacune avec un débit et une pression différents.

Dans ce chapitre, nous n'utiliserons que des volumes fixes, dotés d'une seule entrée et d'une seule sortie et traversés par un débit de masse $\dot{m}$ constant. Ces systèmes sont en dits en **régime continu** (ou **stationnaire**).

Dans un système ouvert, le temps est important et la plupart des grandeurs seront liées à ce dernier.

À ce propos, il est intéressant de remarquer que la puissance spécifique e possède les mêmes unités que l'énergie spécifique :

$$e = \frac{\dot{E}}{\dot{m}}$$

et s'exprime en [J.kg^{-1}].

3.1 Premier principe

Précédemment, pour les systèmes fermés, nous avions vu que le premier principe s'écrivait de la forme :

$$\text{Système fermé : } q_{A\to B} + w_{A\to B} = \Delta u$$

Dans un système ouvert, nous devons prendre en compte d'autres formes d'énergie.

3.1.1 Entrée et sortie du système

Soit un élément de fluide de volume V_A et qui entre dans le système ouvert à une pression p_A, alors le travail $W_{\text{insertion}}$ en [J] reçu par le système s'écrit :

$$W_{\text{insertion}} = p_A \; V_A$$

Ainsi, la puissance d'insertion en [W] et la puissance spécifique en [J.kg^{-1}] s'écrivent :

$$\dot{W}_{\text{insertion}} = p_A \; \dot{V}_A = p_A \; v_A \; \dot{m} \qquad \text{et} \qquad w_{\text{insertion}} = p_A \; v_A$$

avec $\dot{m}$ le débit de masse en [kg.s^{-1}].

De même pour la sortie de cet élément fluide du système à la pression p_B, le travail perdu par le système s'écrit :

$$W_{\text{extraction}} = -p_B \; V_B$$

Et la puissance :

$$\dot{W}_{\text{extraction}} = -p_B \; v_B \; \dot{m}$$

avec $W_{\text{extraction}}$ le travail en [J] et $\dot{W}_{\text{extraction}}$ la puissance en [W].

La somme de ces deux puissances aux frontières est la puissance d'écoulement en [W] :

$$\dot{W}_{\text{écoulement}} = \dot{W}_{\text{insertion}} + \dot{W}_{\text{extraction}}$$

3.1.2 Bilan énergétique

Lorsqu'il pénètre dans le système, le fluide possède une énergie interne. Le système voit donc sont énergie interne augmenter d'une puissance $\dot{U}_A$:

$$\dot{U}_A = \dot{m} \; u_A$$

Le fluide possède également en entrée une énergie mécanique. Le système reçoit donc une puissance $\dot{E}_{\text{méca},A} = \dot{E}_{m,A}$:

$$\dot{E}_{m,A} = \dot{m} \; e_{m,A} = \dot{m} \; \left[\frac{1}{2} \; C_A^2 + g \; z_A\right]$$

De même en sortie pour $\dot{U}_B$:

$$\dot{U}_B = -\dot{m} \; u_B$$

et $\dot{E}_{m,B}$:

$$\dot{E}_{m,B} = -\dot{m} \; \left[\frac{1}{2} \; C_B^2 + g \; z_B\right]$$

En réalisant le bilan, le premier principe en [W] sur un système ouvert s'écrit finalement :

$$\dot{Q}_{A\to B} + \dot{W}_{A\to B} + \left(\dot{W}_{\text{insertion}} + \dot{U}_A + \dot{E}_{m,A}\right) + \left(\dot{W}_{\text{extraction}} + \dot{U}_B + \dot{E}_{m,B}\right) = 0$$

$$\dot{Q}_{A\to B} + \dot{W}_{A\to B} + \dot{m} \; \left[p_A \; v_A + u_A + \frac{1}{2} \; C_A^2 + g \; z_A\right] = \dot{m} \; \left[p_B \; v_B + u_B + \frac{1}{2} \; C_B^2 + g \; z_B\right]$$

$$\dot{Q}_{A\to B} + \dot{W}_{A\to B} = \dot{m} \; \left[\Delta\left(p \; v\right) + \Delta u + \frac{1}{2} \; \Delta\left(C^2\right) + g \; \Delta z\right]$$

ou encore :

$$\boxed{q_{A\to B} + w_{A\to B} = \Delta u + \Delta\left(p \; v\right) + \frac{1}{2} \; \Delta\left(C^2\right) + g \; \Delta z}$$

♣

Un compresseur de turboréacteur admet 1,5 $kg.s^{-1}$ d'air à une pression de 0,8 bar, à une énergie interne de 192,5 kJ.kg^{-1} et à un volume spécifique de 0,96 m^3.kg^{-1}.
Il comprime l'air jusqu'à 30 bar, le restituant avec une énergie interne de 643,1 kJ.kg^{-1} et un volume spécifique de 8,57.10^{-2} m^3.kg^{-1}.
La vitesse et l'altitude de l'air restent inchangés. Les transferts de chaleurs seront négligés. Calculer la puissance du compresseur.

3.1.3 Enthalpie

Dans de nombreux cas, l'énergie interne spécifique u et le produit de la pression et du volume spécifique $p\ v$ varient de la même façon. Pour simplifier leur utilisation dans les calculs, ils sont regroupés en un seul terme, l'enthalpie spécifique h en [J.kg^{-1}] :

$$h = u + p\ v$$

L'enthalpie H en [J] se définit donc de la façon suivante :

$$H = m\ h$$

Il est à noter que les notions d'enthalpie et d'enthalpie spécifique sont souvent confondues. Il faudra donc rester vigilant à l'unité pour savoir s'il s'agit de la grandeur spécifique ou pas.

Le premier principe de la thermodynamique appliqué à un système ouvert en régime stationnaire peut donc s'écrire :

$$\dot{Q}_{A\to B} + \dot{W}_{A\to B} = \dot{m}\ \left[\Delta h + \frac{1}{2}\ \Delta\left(C^2\right) + g\ \Delta z\right]$$

ou encore :

$$\boxed{q_{A\to B} + w_{A\to B} = \Delta h + \frac{1}{2}\ \Delta\left(C^2\right) + g\ \Delta z}$$

♣

Dans une tuyère, l'air est détendu sans transfert de travail et sans transfert de chaleur. Il entre à une enthalpie de 776 $kJ.kg^{-1}$ à une vitesse de 30 $km.h^{-1}$ et ressort à la même altitude à une enthalpie de 754 $kJ.kg^{-1}$.
Quelle sera la vitesse d'éjection de l'air ?

3.2 Travail dans un système ouvert

Pour le cas d'un système fermé, le travail peut être quantifié de la façon suivante :

$$\text{Système fermé : } W_{A\to B} = -\int_A^B p \; \mathrm{d}V$$

Pour un système ouvert, il faut faire le bilan de quatre puissances.

En entrée $(\cdot_A)$, la pression et le volume spécifiques seront notés (p) et (v), et en sortie $(\cdot_B)$, $(p + \mathrm{d}p)$ et $(v + \mathrm{d}v)$.

Bilan de puissance (spécifique) :

— puissance d'insertion à l'entrée

$$w_{\text{insertion}} = +p\ v$$

— puissance d'extraction à la sortie

$$w_{\text{extraction}} = -\,(p + \mathrm{d}p)\ \ (v + \mathrm{d}v)$$

— puissance reçue par le fluide et donc perdue par le système

$$-\delta w_{\text{fluide}} = -\,(-p\ \mathrm{d}v)$$

— puissance reçue par le système provenant de l'extérieur (compresseur, pompe, etc.)

$$\delta w_{\text{ext.}}\ \text{(inconnu)}$$

La somme de ces quatre puissances est nulle, ainsi :

$$\delta w_{\text{ext.}} = \delta w = -w_{\text{insertion}} - w_{\text{extraction}} + \delta w_{\text{fluide}}$$

$$\begin{aligned}\delta w &= -p\ v + (p + \mathrm{d}p)\ \ (v + \mathrm{d}v) - p\ \mathrm{d}v \\ &= v\ \mathrm{d}p + \mathrm{d}p\ \mathrm{d}v \\ &\approx v\ \mathrm{d}p\end{aligned}$$

car le produit de deux quantités infinitésimales tend vers 0.

La puissance reçue par un système ouvert en régime stationnaire s'écrit :

$$\boxed{\dot{W}_{A\to B} = \dot{m}\ \int_A^B v\ \mathrm{d}p}$$

♣

Une pompe à eau génère un débit de 2 kg.s^{-1}. En entrée, la pression de l'eau est à 1 bar, et a été multipliée par 20 en sortie. Le volume spécifique de l'eau reste constant et égal à 10^{-3} m^3.kg^{-1}. Quelle est la puissance consommée sous forme de travail ?

♣ Une compresseur à air génère un débit de 2 kg.s^{-1}. En entrée, la pression de l'air est à 1 bar, et a été multipliée par 20 en sortie.
Pendant la compression, volume spécifique et pression sont liés par la relation $p\ v^{1,35} = k$.
À l'entrée, le volume spécifique valait 0,8 m^3.kg^{-1}.
Quelle est la puissance consommée sous forme de travail ?

3.3 Exercice : Tuyère de turboréacteur

Dans la tuyère d'un petit turboréacteur, la pression de l'air chute alors que sa vitesse augmente. La tuyère étant uniquement une réduction de section conique, aucune pièce mobile ne la compose et aucun transfert de travail n'y est effectué. Les transferts de chaleur sont négligeables et le débit d'air est de 26 $kg.s^{-1}$.

Tableau récapitulatif des données :

Grandeurs Unité	Énergie interne $kJ.kg^{-1}$	Volume $m^3.kg^{-1}$	Pression bar	Température K	Enthalpie $kJ.kg^{-1}$	Vitesse $m.s^{-1}$
Entrée	781,85	1,36	2,28	950	1092	10
Sortie	642,1	2,55	1	780,2	-	-

Questions :

1. À quelle vitesse les gaz sont-ils éjectés ?
2. Quels sont les débits volumiques d'air à l'entrée et à la sortie de la tuyère ?

3.4 Exercice : Système de post-combustion

Pour augmenter la poussée, la tuyère de l'exercice précédent est modifiée. Un appareillage de chauffe y est ajoutée pour générée une post-combustion. Il s'agit d'un ensemble de brûleurs qui permettent une seconde combustion de carburant dans le moteur, juste avant que l'air ne commence sa détente dans la tuyère. Après la seconde détente, l'air effectue sa détente et son accélération jusqu'à la pression atmosphérique.

À l'entrée, les propriétés de l'air sont identiques à celles indiquées dans l'exercice précédent.

La puissance spécifique apportée par les brûleurs sous forme de chaleur atteint 1322,5 $kJ.kg^{-1}$. Le carburant brûlé a une capacité calorifique massique de 30 $MJ.kg^{-1}$. La combustion se fait à pression constante et n'augmente pas l'énergie cinétique du gaz.

Lorsque l'air termine son accélération, son énergie interne s'élève à 1412,8 $kJ.kg^{-1}$ et son volume spécifique à 5,61 $m^3.kg^{-1}$.

Questions :

1. Quelle est l'augmentation de la vitesse d'éjection (et donc de la poussée) générée par la post-combustion ?
2. Quel débit de carburant doit être injecté dans les brûleurs (en $kg.h^{-1}$) ?
3. Quel sera le débit d'air après son accélération finale ?
4. Quelle est l'efficacité de la post-combustion [1] ?

1. rapport entre l'augmentation de l'énergie cinétique et l'augmentation de la puissance à apporter sous forme de chaleur

4 Gaz parfait

http://matwo.fr/ensam

Sommaire

4.1 Définition

Le gaz parfait est un **modèle mathématique** permettant de prédire la température d'un gaz en fonction de sa pression.

Il s'agit non pas d'un principe physique mais d'un modèle simplifié dont la validité est limitée.

Par définition, pour un gaz parfait :

$$p\ v = r\ T$$

avec p la pression en [Pa], v le volume spécifique en [m^3.kg^{-1}], T la température en [K] et r la constante spécifique du gaz considéré en [J.kg^{-1}.K^{-1}].

Cette expression peut également être exprimée en fonction de la masse :

$$p\ V = m\ r\ T$$

avec V le volume en [m^3] et m la masse en [kg].

Ou encore en fonction de la quantité de matière :

$$p\ V = n\ R\ T$$

avec n la quantité de matière en [mol] et $R = 8{,}3143$ J.mol^{-1}.K^{-1} la constante universelle des gaz.

♣

Une masse de 2 kg de gaz de constante $r = 100$ J.kg^{-1}.K^{-1} est contenue dans un réservoir de 200 L à une pression de 3 bar. Quelle est sa température ?

♣

L'air atmosphérique peut être modélisé par un gaz parfait avec $r_{\text{air}} = 287$ J.kg^{-1}.K^{-1}. Aux conditions ambiantes (1 bar, 20°C), quels sont le volume spécifique et la masse volumique de l'air ?

Selon le modèle du gaz parfait, les molécules se comportent uniquement comme des sphères qui s'impactent et rebondissent entre elles, sans jamais s'attirer ni dissiper leur énergie par frottement. Ainsi la température est directement une mesure de l'énergie cinétique des molécules. Cette énergie est quantifiée en mesurant les forces résultantes de l'impact des sphères sur une paroi, c'est-à-dire, en mesurant la pression p.

Le modèle du gaz parfait est valable :

— lorsque la température est élevée
  (lorsque les molécules se percutent à grande vitesse)

— lorsque le volume spécifique est élevé / lorsque la masse volumique est faible
  (lorsque l'espace entre les molécules est grand)

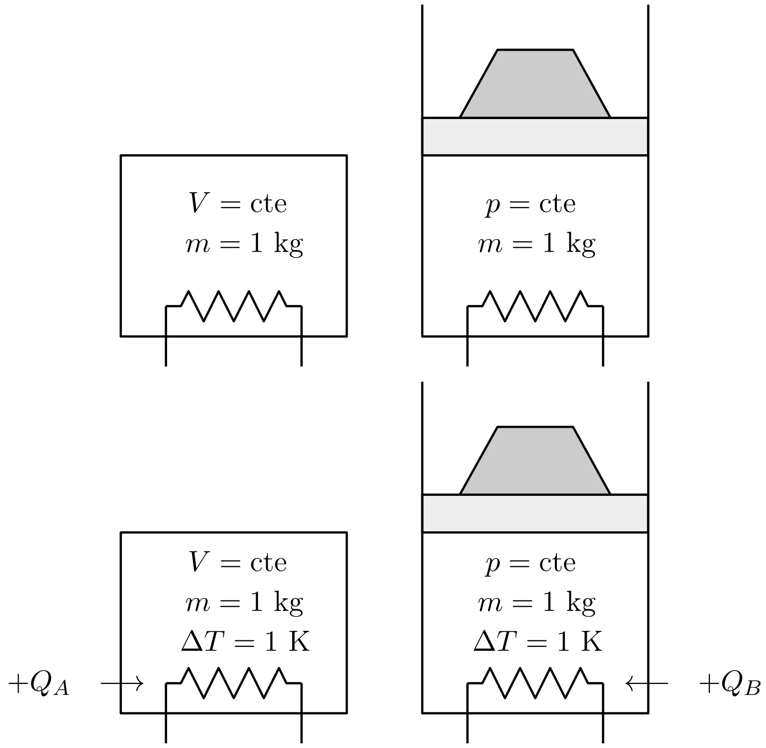
4.2 Propriétés des gaz parfaits

Pour rappel, la capacité calorifique c en [J.kg^{-1}.K^{-1}] se définit comme la quantité de chaleur nécessaire pour augmenter d'un Kelvin la température d'un kilogramme du corps :

$$c = \frac{\delta q}{\mathrm{d}T}$$

avec δq la quantité infinitésimale de chaleur spécifique fournie en [J.kg^{-1}] et dT la variation infinitésimale de température en [K].

Considérons deux quantités identiques de gaz. Une chaleur Q est fournie pour élever la température d'1 K, à gauche à volume constant (Q_A) et à droite, à pression constante (Q_B).



Dans chacun des cas nous avons :

$$q_{1\to 2} + w_{1\to 2} = \Delta u$$

À gauche, aucun travail n'est effectué. Nous pouvons donc écrire :

$$\Delta u = q_{1\to 2} = q_A = c\ \Delta T = c_v\ \Delta T$$

c_v est la **chaleur massique à volume constant** en [J.kg^{-1}.K^{-1}].

À droite, la pression p étant constante :

$$\Delta u = q_B + (-p\ \Delta v) = c\ \Delta T - p\ \Delta v = c_p\ \Delta T - p\ \Delta v$$

c_p est la **chaleur massique à pression constante** en [J.kg^{-1}.K^{-1}].

Avec les deux équations ci-dessus, nous obtenons :

$$c_v\ \Delta T = c_p\ \Delta T - p\ \Delta v$$

$$[c_p - c_v]\,\Delta T = p\ \Delta v \quad \Rightarrow \quad c_p - c_v = \frac{p\ \Delta v}{\Delta T} = \frac{p\ v_2 - p\ v_1}{\Delta T} = \frac{R\ T_2 - R\ T_1}{\Delta T} = \frac{r\ \Delta T}{\Delta T}$$

$$\boxed{c_p - c_v = r}$$

Il est à noter que ratio des chaleurs massiques se note γ :

$$\boxed{\gamma = \frac{c_p}{c_v}}$$

avec $\gamma_{\text{air}} = 1{,}4$.

4.2.1 Loi de Joule

La température d'un gaz parfait ne varie qu'avec son énergie interne.

$$\boxed{u = c_v\ T}$$

qui donne pour une masse m de gaz :

$$U = m\ c_v\ T$$

Cette relation reste valable tant que le fluide se comporte comme un gaz parfait, pour toute évolution, réversible ou non.

♣

La chaleur massique à volume constant de l'air est mesurée à $c_{v,\text{air}} = 718$ J.kg^{-1}.K^{-1}. On prend une masse de 0,5 kg d'air à 20°C et on lui transfère +15kJ sous forme de chaleur, et −10 kJ sous forme de travail. Quelle est sa température finale ?

4.2.2 Enthalpie d'un gaz parfait

En appliquant la définition de l'enthalpie h en [J.kg^{-1}], nous obtenons :

$$h = u + p\ v = c_v\ T + r\ T = (c_v + r)\,T$$

$$\boxed{h = c_p\ T}$$

avec c_p la capacité calorifique massique en [J.kg^{-1}.K^{-1}] et T la température en [K].

♣

La chaleur massique à pression constante de l'air est mesurée à $c_{p,\mathrm{air}} = 1005$ J.kg^{-1}.K^{-1}. Un débit de 2 kg.s^{-1} d'air passe dans un compresseur où sa température augmente de 150°C. Quelle est la puissance consommée par le compresseur ?

4.2.3 Transformations élémentaires

— à pression constante (avec ρ la masse volumique en [kg.m^{-3}]

$$\frac{T}{v} = T\ \rho = \mathrm{cte}$$

— à volume constant

$$\frac{T}{p} = \mathrm{cte}$$

— à température constante

$$p\ v = \mathrm{cte}$$

4.2.4 Évolutions adiabatiques réversibles

Une évolution **adiabatique** est une évolution au cours de laquelle il n'y a aucun transfert de chaleur.

Si cette évolution adiabatique est suffisamment lente, il s'agira alors d'une évolution **adiabatique réversible** ou **isentropique**.

Attention toutefois, aucun transfert de chaleur ne signifie pas une température constante, bien au contraire.

En système fermé, pour une telle évolution, le premier principe nous donne :

$$w_{1\to2} + q_{1\to2} = w_{1\to2} = \Delta u = c_v \ \Delta T$$

$$\boxed{w_{1\to2} = c_v \ \Delta T} \quad \text{Système fermé, adiabatique, réversible}$$

Pour un système ouvert, en négligeant la variation d'énergie mécanique, nous obtenons :

$$w_{1\to2} + q_{1\to2} = w_{1\to2} = \Delta h = c_p \ \Delta T$$

$$\boxed{w_{1\to2} = c_p \ \Delta T} \quad \text{Système ouvert, adiabatique, réversible}$$

Dans une évolution adiabatique réversible, volume spécifique, pression et température varient. Nous allons chercher à les lier.

Pour un évolution adiabatique réversible élémentaire dans un système fermé :

$$\delta q + \delta w = \mathrm{d}u \quad \Rightarrow \quad \delta q = \mathrm{d}u + p \ \mathrm{d}v = 0$$

Pour un gaz parfait :

$$\mathrm{d}u = c_v \ \mathrm{d}T \quad \text{et} \quad p = \frac{r \ T}{v}$$

ce qui nous donne :

$$c_v \ \mathrm{d}T + \frac{r \ T}{v} \ \mathrm{d}v = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\mathrm{d}T}{T} + \frac{r}{c_v} \ \frac{\mathrm{d}v}{v} = 0$$

En intégrant entre les états 1 et 2, nous obtenons :

$$\ln\left[\frac{T_2}{T_1}\right] + \frac{r}{c_v} \ \ln\left[\frac{v_2}{v_1}\right] = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{T_2}{T_1} = \left[\frac{v_1}{v_2}\right]^{r/c_v}$$

Or :

$$\frac{r}{c_v} = \frac{c_p - c_v}{c_v} = \gamma - 1$$

Finalement :

$$\frac{T_2}{T_1} = \left[\frac{v_1}{v_2}\right]^{\gamma-1}$$

Avec quelques manipulations algébriques, nous obtenons les trois expressions suivantes :

$$\frac{T_1}{T_2} = \left[\frac{v_2}{v_1}\right]^{\gamma-1} \qquad \frac{T_1}{T_2} = \left[\frac{p_1}{p_2}\right]^{(\gamma-1)/\gamma} \qquad \frac{p_1}{p_2} = \left[\frac{v_2}{v_1}\right]^{\gamma}$$

Qui peuvent se synthétiser dans l'expression suivante :

$$\boxed{p \ v^{\gamma} = \text{cte}}$$

♣

Pour l'air, $c_{p,\text{air}} = 1005$ J.kg^{-1}.K^{-1}, $c_{v,\text{air}} = 718$ J.kg^{-1}.K^{-1}, $r_{\text{air}} = 287$ J.kg^{-1}.K^{-1} et $\gamma_{\text{air}} = 1{,}4$.
Un réservoir d'air comprimé de 200 L contient de l'air à 40 bar et à 50°C. L'atmosphère ambiante est à 1 bar. Quelle est la quantité de travail maximale que l'on peut extraire de l'air comprimé sans lui fournir de chaleur ?

4.3 Exercice : Compresseur de turboréacteur

À l'intérieur d'un des moteurs d'un avion de ligne, le compresseur est supposé adiabatique. Pendant la croisière (à 33 000 ft : 0,25 bar, -50°C), le compresseur est entraîné par la turbine via un arbre mécanique. Il reçoit un débit d'air de 55 kg.s^{-1} aux conditions atmosphérique, qu'il comprime pour atteindre une pression de 8 bar.

1. Quelle est la puissance minimale théorique à fournir au compresseur ?
2. À quelles conditions obtiendrait-on cette puissance ?

En réalité, le compresseur requiert une puissance plus importante. Nous modéliserons l'évolution réelle par deux phases distinctes :

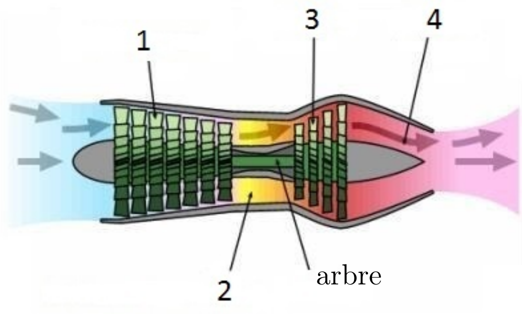
— un réchauffement à pression constante avec une puissance représentant 15% de la puissance mécanique calculée plus haut

— une compression idéale jusqu'à 8 bar

3. Quelle est la puissance consommée par le compresseur dans ce nouveau cas de figure ?

4.4 Exercice : Turboréacteur simple flux

Un avion militaire des années 1960 est équipé d'un turboréacteur simple flux. Nous souhaitons calculer la vitesse maximale théorique à laquelle il pourrait accélérer en sortie de tuyère.



1. le **compresseur** comprime l'air de façon adiabatique réversible
   Entrée : 0,9 bar, 5°C
   Sortie : 19 bar
2. la **chambre de combustion** permet d'élever la température de l'air à pression constante
   Sortie : gain de +1100°C
3. la **turbine** récupère l'énergie de l'air pour la communiquer à l'arbre. L'ai y est détendu de façon adiabatique réversible
4. la **tuyère** n'échange pas d'énergie avec l'air. L'air s'y détend de façon adiabatique réversible. Sa vitesse augmente fortement.
   Sortie : 0,9 bar

Au niveau du compresseur :

1. Quelle est la température de l'air à la sortie ?
2. Quelle est la puissance spécifique consommée par le compresseur ?

Dans la chambre de combustion :

3. Quelle est la puissance spécifique apportée sous forme de chaleur ?

Au niveau de la turbine :

4. Quelle doit être la température à la sortie pour que la turbine puisse alimenter le compresseur ?
5. Quelle sera alors la pression à la sortie de la turbine ?

En ce qui concerne la tuyère :

6. Quelle sera la température des gaz d'échappement à la sortie ?
7. Quelle sera la vitesse d'éjection des gaz ?